UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
COLÉGIO DE APLICAÇÃO - INSTITUTO DE MATEMÁTICA
OFICINAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA
LABORATÓRIO DE PRÁTICA DE ENSINO EM MATEMÁTICA

Responsáveis: Profa. Fabiana Fattore Serres, Profa. Franciele Corti, Prof. Luiz Davi Mazzei, Prof. Marcus Vinicius de A Basso, Profa. Marlusa Benedetti da Rosa, Profa. Simone Dias Cruz, Profa. Viviane B. Hummes, Acad. Bruno Baltazar, Acad. Carla Soares Silva, Acad. Paulo Matiotti, Acad. Rogério Deggeroni, Acad. Tiago Ferreira Soares

Resolução IIª lista de Exercícios: P.A. e P.G.

1) Verifique se as sequências abaixo são P.A. e dê a razão em cada caso:

a. $\left(-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\right)$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$1 = -1 + (5-1)\cdot r$$
$$1 = -1 + 4\cdot r$$
$$1+1 = 4\cdot r$$
$$2 = 4\cdot r$$
$$\frac{2}{4} = r$$
$$\frac{1}{2} = r$$

b. $\left(2\sqrt{3}, \sqrt{3}, 0, -\sqrt{3}, -2\sqrt{3}\right)$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$-2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + (5-1)\cdot r$$
$$-2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 4\cdot r$$
$$-2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 4\cdot r$$
$$-4\sqrt{3} = 4\cdot r$$
$$\frac{-4\sqrt{3}}{4} = r$$
$$-\sqrt{3} = r$$

c. $\left(\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}\right)$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$\sqrt{11} = \sqrt{3} + (4-1)\cdot r$$
$$\sqrt{11} = \sqrt{3} + 3\cdot r$$
$$\sqrt{11} - \sqrt{3} = 3\cdot r$$
$$\frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{3} = r$$

A sequência não é P.A.

d. $\left(-x, -\frac{x}{2}, 0, \frac{x}{2}, x, \frac{3x}{2}, 2x\right)$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$2x = -x + (7-1)\cdot r$$
$$2x = -x + 6\cdot r$$
$$2x + x = 6\cdot r$$
$$3x = 6\cdot r$$
$$\frac{3x}{6} = r$$
$$\frac{1x}{2} = r$$

2) Numa P.A. em que $a_3 = 11$ e a razão é $r = \frac{3}{2}$, obtenha a_1.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$11 = a_1 + (3-1) \cdot \frac{3}{2}$$
$$11 = a_1 + 2 \cdot \frac{3}{2}$$
$$11 = a_1 + \frac{6}{2}$$
$$11 = a_1 + 3$$
$$11 - 3 = a_1$$
$$8 = a_1$$

3) Os três primeiros termos de uma P.A. são $1 - x, -x, \sqrt{11 - x}$, nesta ordem. Qual é a razão desta P.A.?

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$-x = 1 - x + (2-1) \cdot r$$
$$-x = 1 - x + 1 \cdot r$$
$$-x - 1 + x = r$$
$$-1 = r$$

$$\sqrt{11 - x} = 1 - x + (3-1) \cdot (-1)$$
$$\sqrt{11 - x} = 1 - x + 2 \cdot (-1)$$
$$\sqrt{11 - x} = 1 - x - 2$$
$$\sqrt{11 - x} = -1 - x$$
$$\left(\sqrt{11 - x}\right)^2 = (-1 - x)^2$$
$$11 - x = 1 + 2x + x^2$$
$$-11 + x + 1 + 2x + x^2 = 0$$
$$-10 + 3x + x^2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$
$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$
$$x_1 = \frac{-3 + 7}{2} = \frac{4}{2} = 2$$
$$x_2 = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Vamos verificar para qual valor de x a sequência é uma P.A:

$x = 2$

$\{1 - 2, -2, \sqrt{11 - 2}\}$ Logo a sequência não é P.A.

$\{-1, -2, 3\}$

$x = -5$

$\{1 - (-5), -(-5), \sqrt{11 - (-5)}\}$

$\{1 + 5, 5, \sqrt{11 + 5}\}$ Logo, a sequência é P.A. quando x = -5

$\{6, 5, \sqrt{16}\}$

$\{6, 5, 4\}$

4) Numa estrada existem dois telefones instalados no acostamento: um no km 3 e outro no km 88. Entre eles serão colocados mais 16 telefones, mantendo-se entre dois telefones consecutivos a mesma distância. Determinar em quais marcos quilométricos deverão ficar esses novos telefones.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$88 = 3 + (18-1) \cdot r$$
$$88 = 3 + 17 \cdot r$$
$$88 - 3 = 17 \cdot r$$
$$85 = 17 \cdot r$$
$$\frac{85}{17} = r$$
$$5 = r$$

Os telefones deverão ficar nos seguintes marcos quilométricos: {3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48, 53, 58, 63, 68, 73, 78, 83, 88}.

5) A sequência (x, 3x + 2, 10x + 12) é uma P.G. Calcular o valor de x.

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$
$$q = \frac{3x+2}{x}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$10x + 12 = x \cdot \left(\frac{3x+2}{x}\right)^{3-1}$$
$$10x + 12 = x \cdot \left(\frac{3x+2}{x}\right)^{2}$$
$$10x + 12 = x \cdot \left(\frac{9x^2 + 12x + 4}{x^2}\right)$$
$$10x + 12 = \frac{9x^2 + 12x + 4}{x}$$
$$(10x + 12) \cdot x = 9x^2 + 12x + 4$$
$$10x^2 + 12x = 9x^2 + 12x + 4$$
$$10x^2 - 9x^2 + 12x - 12x = 4$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4}$$
$$x = \pm 2$$

$$x = 2$$
$$q = \frac{3 \cdot 2 + 2}{2}$$
$$q = \frac{6+2}{2}$$
$$q = \frac{8}{2}$$
$$q = 4$$

$$x = -2$$
$$q = \frac{3 \cdot (-2) + 2}{-2}$$
$$q = \frac{-6+2}{-2}$$
$$q = \frac{-4}{-2}$$
$$q = 2$$

6) Escrever a progressão do exercício 5.

x = 2

{2, 8, 32}

x = -2

{-2, -4, -8}

7) Determine o número de termos da P.G. (1, 2, ... , 256).

$$a_n = a_1.q^{n-1}$$
$$256 = 1 \cdot 2^{n-1}$$
$$256 = 2^{n-1}$$
$$256 = 2^n \cdot 2^{-1}$$
$$256 = \frac{2^n}{2}$$
$$256 \cdot 2 = 2^n$$
$$2^9 = 2^n$$
$$9 = n$$

8) Determine o primeiro termo de uma P.G., sabendo que o sétimo termo é $8\sqrt{2}$ e a razão é $\sqrt{2}$.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{7-1}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{6}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{6}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot 2^{\frac{6}{2}}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot 2^{3}$$
$$8\sqrt{2} = a_1 \cdot 8$$
$$\frac{8\sqrt{2}}{8} = a_1$$
$$\sqrt{2} = a_1$$

9) (UFSC) Em uma progressão geométrica, o terceiro termo é $\frac{16}{9}$ e o sétimo é 144. Determine o seu quinto termo.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$144 = \frac{16}{9} \cdot q^{5-1}$$
$$144 = \frac{16}{9} q^4$$
$$144 \cdot 9 = 16 \cdot q^4$$
$$1296 = 16 \cdot q^4$$
$$\frac{1296}{16} = q^4$$
$$81 = q^4$$
$$\sqrt[4]{81} = q$$
$$3 = q$$

$$144 = a_5 \cdot 3^{3-1}$$
$$144 = a_5 \cdot 3^2$$
$$144 = a_5 \cdot 9$$
$$\frac{144}{9} = a_5$$
$$16 = a_5$$

10) Calcule a soma dos 40 primeiros termos da P.A. $(8,2,-4,...)$.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$-4 = 8 + (3-1) \cdot r$$
$$-4 = 8 + 2 \cdot r$$
$$-4 - 8 = 2 \cdot r$$
$$-12 = 2 \cdot r$$
$$\frac{-12}{2} = r$$
$$-6 = r$$

$$a_{40} = 8 + (40-1) \cdot (-6)$$
$$a_{40} = 8 + 39 \cdot (-6)$$
$$a_{40} = 8 - 234$$
$$a_{40} = -226$$

$$S_{40} = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{40} = \frac{(8 + (-226)) \cdot 40}{2}$$
$$S_{40} = \frac{-218 \cdot 40}{2}$$
$$S_{40} = \frac{-8720}{2}$$
$$S_{40} = -4360$$